

Beitrag zur Berechnung der Gasdruckbelastung von Aquiferspeichern

W. Förster, J. Keßler und M. Lersow, Freiberg

Übersicht. Für die sichere Betreibung von Untergrundgasspeichern ist es notwendig, den zulässigen Speicherdruck zu kennen. Gegenstand dieser Arbeit sind Aussagen dazu auf der Grundlage von FEM-Berechnungen unter Annahme eines einfachen elastisch-idealplastischen Stoffgesetzes. Untersucht werden Gasdrücke im Speicherhorizont und auf das Hangende. Für ein Beispiel werden numerische Ergebnisse vorgestellt.

A contribution to the calculation of gas-storage loading of storage in aquifers

Contents. For the safe operation of underground-gas-storages it is necessary to know the allowable storage pressure. This paper presents statements about the allowable storage pressure on the basis of FEM-calculations and with the assumption of a simple elastic-idealplastic material law. Gas pressures are investigated in the storage stratum and on the roof, numerical results of one example are presented.

1 Aufgabenstellung und genereller Lösungsweg

Eine der Fragen, die bei der Anlage von Untergrundgasspeichern zu beantworten ist, ist die nach dem möglichen Speicherdruck bzw. nach der Größe von Gasdrücken in weniger permeablen Bereichen außerhalb des eigentlichen Speicherhorizonts unter der letztlich undurchlässigen Deckschicht, wenn die Möglichkeit besteht, daß sich das Gas auch über den Speicherhorizont ausdehnt. Für die Festlegung dieses zulässigen Speicherdruckes dürften im wesentlichen zwei Kriterien von Interesse sein:

- Ein Kriterium für die Reißbildung durch „Fracen“, d. h. das Aufreißen des Gebirges durch den Gasdruck, und
- ein statisches Beanspruchungskriterium, gegebenenfalls in zwei Stufen:
 - Erreichen eines ersten Grenzzustandes im Speicher unter Betriebsbedingungen, gekennzeichnet dadurch, daß in einzelnen Punkten (oder in einem Punkt) des Untersuchungsgebietes der Fließzustand erreicht wird, d. h., daß erstmals Spannungsbildpunkte auf die Fließfläche geführt werden.
 - Erreichen eines zweiten Grenzzustandes im Speicher unter Betriebsbedingungen, bei dem im abgedeckten Stauerhorizont in einer Fläche eine völlige Plastizierung erreicht wird.

Allein Untersuchungen zum Eintritt des statischen Beanspruchungskriteriums sind Gegenstand der Arbeit. Dabei sind hier nochmals zwei Fälle zu unterscheiden:

- Die Bewertung des Spannungszustandes in der Umgebung von Einspeisungs- bzw. Entnahmesonden. Die Betonung liegt in dieser Arbeit auf dem ersten Fall. Die Lösung kann allein in der Berechnung des Spannungszustandes auf der Basis der Kontinuumsmechanik und seiner Bewertung liegen. Die Art der Randwertaufgaben, die Inhomogenität des Gebietes und die Belastungsform lassen nur die Lösung mit Hilfe eines numerischen Verfahrens zu. Die FEM wird als die geeignete Methode gewertet.

2 Das Modell

2.1 Geometrisches Modell; Randwertaufgabe

Zumeist ist bereits die durch geologische Strukturen geprägte geometrische Situation zu kompliziert, um mit einem der heute schon verfügbaren echten 3D-Programme zufriedenstellend modelliert werden zu können. Weitere Einschränkungen durch die in solchen Programmen verarbeiteten Stoffgesetze treten meist noch hinzu. Aus diesem Grund wird eine Modellierung mit Rotationssymmetrie zu einer angenommenen Speicherachse vorgeschlagen und im durchgerechneten Beispiel verwendet. Die Modellierung von Schichtpaketen gelingt auf diese Weise überwiegend recht gut (gegebenenfalls sind Varianten zu rechnen); ein Mangel des Modells ist unter anderem, daß etwa ebenflächige Störungen als Kegelstümpfe abgebildet werden.

Das Betrachtungsgebiet wird in „ausreichendem“ Abstand unter dem Speicher als horizontal verschiebbar angenommen. Eine vertikal verschiebbare Lagerung wird längs einer vertikalen Zylinderfläche wiederum in ausreichendem Abstand von der Symmetrieachse vorausgesetzt. Letztere Stützung gilt nicht für einen zu behandelnden Belastungsfall „Primärspannungszustand“. Es entsteht damit ein Bild, das als Bild 1 skizzenhaft wiedergegeben ist.

2.2 Zum Stoffgesetz

Für die Lösung von Spannungs-Deformationsaufgaben im Gebirge ist die Kenntnis des realen Spannungs-Deformationsverhaltens (Stoffmodell) anstehender Gebirgshorizonte von ausschlaggebender Bedeutung. Wie bereits betont, gehen wir davon aus, daß die Gesetze der Kontinuumsmechanik Geltung besitzen. Um hohe Abbildgenauigkeit zu erreichen, müssen wir auf jeden Fall inelastisches Materialverhalten in Betracht ziehen. Im Bereich von Aquiferspeichern kann vielfach Zeit- und Temperaturunabhängigkeit der Materialparameter garantiert werden. Die zu erwartende Inelastizität ist somit durch die Plastizitätstheorie beschreibbar. Anisotropieeffekte kann man gegebenenfalls durch trans-

Prof. Dr. rer. nat. habil. W. Förster ist seit 1976 Inhaber des Lehrstuhls für Bodenmechanik an der Bergakademie Freiberg. Dr. sc. techn. J. Keßler ist Geschäftsführer der BIUG GmbH Freiberg, und Dr.-Ing. M. Lersow ist Fachschuldozent an der Bergakademie.

versal isotropes Materialverhalten im elastischen Verformungsteil berücksichtigen.

Es stehen sicher eine Vielzahl von Stoffmodellen zur Verfügung, die sich bei Anwendung auf konkrete Materialien als unterschiedlich geeignet erweisen. Auch der mit ihnen verbundene Aufwand – experimentell zur Ermittlung der Stoffparameter, numerisch im Programm auf dem Weg zur gesuchten Lösung – ist sehr verschieden.

Es ist nicht Gegenstand der Arbeit, auf theoretische Grundlagen der Stoffgesetztheorie näher einzugehen. Es wird sicher sehr davon abhängen, wie genau man einerseits das reale Verhalten des vorliegenden Materials kennt und andererseits, über welche Parametersätze zur Beschreibung des Materialverhaltens man verfügt, wenn man sich für ein konkretes Stoffmodell entscheidet. Im Hinblick vor allem auf das gewählte Beanspruchungskriterium „erster Grenz-zustand“ erscheint die Nutzung eines einfachen elastisch-idealplastischen Stoffgesetzes ausreichend. Damit dürften vergleichsweise die geringsten Traglasten für die „Konstruktion“, den Aquiferspeicher, ausgewiesen werden. In Betracht gezogen wurden

– ein Stoffmodell von Mohr-Coulomb mit der Fließbedingung

$$F = (\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin \Phi + (\sigma_1 - \sigma_3) - 2c \cdot \cos \Phi = 0, \quad (1)$$

dem plastischen Potential

$$G = (\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin \psi + (\sigma_1 - \sigma_3) - 2c \cdot \cos \psi = 0. \quad (2)$$

Darin sind

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – Hauptspannungen ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$);

$\tan \Phi, c$ – Reibungsbeiwert und Kohäsion als Parameter der Festigkeit,

ψ – Dilatanzwinkel

– ein Stoffmodell von Drucker/Prager mit der Fließbedingung

$$F = \sigma_{pp} \cdot k_0 + \sqrt{J_2} - k_1, \quad (3)$$

dem plastischen Potential

$$G = \sigma_{pp} \cdot \alpha_0 + \sqrt{J_2} - \alpha_1. \quad (4)$$

Darin sind

σ_{pp} – 1. Invariante des Spannungstensors

$\sqrt{J_2}$ – 2. Invariante des Spannungsdeviators

$$k_0 = \frac{\sin \Phi}{\sqrt{3(3 + \sin^2 \Phi)}}, \quad k_1 = \frac{3c \cdot \cos \Phi}{\sqrt{3(3 + \sin^2 \Phi)}}$$

– Festigkeitsparameter [5]

$$\alpha_0 = \frac{\sin \psi}{\sqrt{3(3 + \sin^2 \psi)}}, \quad \alpha_1 = \frac{3c \cdot \cos \psi}{\sqrt{3(3 + \sin^2 \psi)}}$$

– Dilatanzparameter [6].

Mit dem plastischen Potential G entsteht das Fließgesetz

$$\partial \sigma_{ij}^p = d\lambda \cdot \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5)$$

($d\lambda$ = nicht negativer skalarer Faktor).

2.3 Das FEM-Programm

Für die Untersuchungen wurde das FEM-Programm FEERPGT [1] in einer Version der Bergakademie Freiberg [2] benutzt. Das Programm ist ausreichend dokumen-

tiert. Somit sind nur noch wenige Bemerkungen erforderlich. Für den rotationssymmetrischen Spannungszustand stehen Vierecks- und Dreieckselemente mit möglicher krummliniger Berandung zur Verfügung. In einem elementeigenen ϵ, ϱ -System werden mit Ansatzfunktionen G_i die Verschiebungskomponenten V_α ($\alpha = 1, 2$) bei m Elementknoten durch

$$V_\alpha = \sum_{i=1}^m G_i(\epsilon, \varrho) \cdot v_{\alpha,i} \quad (\alpha = 1, 2) \quad (6)$$

berechnet.

Mit Hilfe dieser isoparametrischen Dreiecks- und Viereckselemente erfolgt eine für den verfolgten Zweck ausreichende Diskretisierung. Die wegen der Nichtlinearität des Stoffgesetzes notwendige Iteration erfolgt im Prinzip nach der Methode der Anfangsspannungen. Der Spannungsbildpunkt darf im plastischen Zustand die Fließfläche nicht überschreiten. Das wird durch eine Spannungskorrektur mit einem Korrekturwert $\Delta\sigma_\alpha = (C^e - C^p) \Delta\epsilon$ (C^e – elastische Steifigkeitsmatrix) erreicht; C^p – elastoplastische Steifigkeitsmatrix). $\Delta\epsilon$ wird dabei weiter in eine Anzahl sehr kleiner $\Delta(\Delta\epsilon)$ -Werte unterteilt, wobei diese von der Deformationsgröße abhängt und zwischen 5 und 100 liegt. Die Berechnung von $\Delta\sigma_\alpha$ wird somit schrittweise mit jeweils aktueller elastoplastischer Stoffmatrix durchgeführt [6, 9]. Das Verfahren ist effektiver als eine Vergrößerung der Zahl der Lastinkremente. Als Konvergenzbeschleuniger hat sich die erweiterte Regula falsi [8] bewährt.

2.4 Das Belastungsmodell

Für das Versagen der Strukturen bzw. für die Bewertung der Sicherheit des Systems ist der Spannungszustand in der Gesteinsmatrix entscheidend. Daher sind alle Belastungsansätze so zu wählen, daß grundsätzlich wirksame Spannungen, d.h. Spannungen in der Gesteinsmatrix, berechnet werden. Drei Spannungszustände sind zu bedenken:

- Der Eigenspannungszustand oder Primärspannungszustand im Falle nicht aufgeladenen Speichers;
- eine erste Laststufe mit Entwicklung eines entsprechenden Speicherdruckes durch inkrementelle Druckerhöhung bis zum maximalen Speicherdruck;
- eine zweite Laststufe mit Entwicklung eines Druckes in einem Teilbereich des Hangenden bis zum Stauerhorizont (Fig. 1).

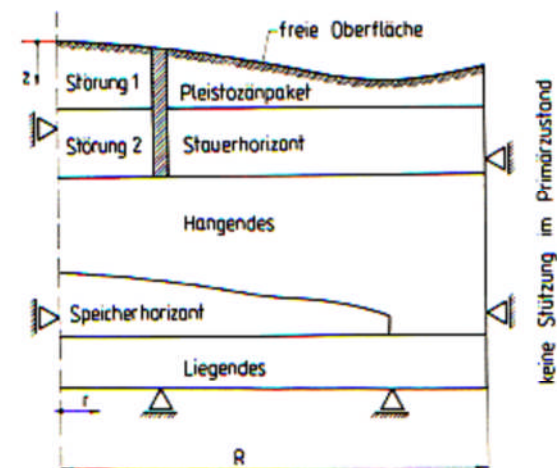


Fig. 1. Modellierung geometrischer Strukturen und Randbedingungen. – Geometrical structures and boundary conditions

2.4.1 Primärspannungszustand

Als Primärspannungszustand wird der Spannungszustand in einem weitgehend entlasteten Speicher betrachtet, dessen Poren aber nach wie vor gasgefüllt bleiben. Damit sind die Annahmen verbunden, daß

- die Dichte des Gases in diesem Zustand vernachlässigbar ist gegenüber der Dichte der Gesteinsmatrix und
- die Trockendichte ρ_d der Gesteinsmatrix in etwa der „Rohdichte unter Auftrieb“ ρ' entspricht und damit als maßgebend angesehen werden darf für die Erzeugung der Primärspannungen. Wir wählen zur Vereinheitlichung des Formelapparates auch für eventuell gasführende Horizonte für die Bezeichnung der Wichte das Zeichen $\gamma_n = g \cdot \rho_d$.

Für Stauer, Hangendes (soweit nicht gasgefüllt) und Liegendes wird zwar ein Wassergehalt $w_n \neq 0$, aber keine Wassersättigung ($S_v < 1$) vorausgesetzt. Die Wichte entspricht einer - im Zahlenwert für jeden Horizont verschiedenen - natürlichen Wichte γ_n . Steht im Pleistozän Grundwasser an, so gilt dort $\gamma_n = \gamma' = \gamma_{Sr} - \gamma_w$ (γ_{Sr} - Wichte bei voller Wassersättigung, γ_w - Wichte des Wassers, γ' - Wichte unter Auftrieb). Darüber hinaus ist ein Wasserdruck an der Grenze Pleistozän/Stauer in Ansatz zu bringen. Am Rand $r = R$ sind die Randbedingungen $\sigma'_r(r = R, z) = \bar{\gamma}_n \cdot K_0 \cdot z$; $\sigma'_{rz}(r = R, z) = 0$ ($\bar{\gamma}_n$ - mittlere Wichte). K_0 ist der Seitendruckbeiwert, definiert durch das Verhältnis $K_0 = \sigma'_{rz} / \sigma'_z$. Über die Größe des K_0 -Wertes ist zu befinden. Fig. 2 zeigt das Belastungsbild. Näherungsweise sind folgende Spannungen zu erwarten:

$$\sigma'_r = \sigma'_\varphi \approx K_0 \cdot \gamma_n \cdot z; \quad \sigma'_z = \gamma_n \cdot z; \quad \sigma'_{rz} \approx 0. \quad (z > h_1!) \quad (7)$$

(σ'_r - wirksame Radialspannung, σ'_φ - wirksame Tangentialspannung, σ'_z - wirksame Vertikalspannung, σ'_{rz} - Schubspannung).

Die Spannungen des Primärzustandes sind abzuspeichern. Die berechneten Verformungen sind für die weiteren Untersuchungen ohne Interesse.

2.4.2 Speicherdruck

Unter Normalbedingungen ist sicherlich die Gasdichte gegenüber der der Matrix vernachlässigbar. Da das Gas aber im Speicher unter erheblichem Druck steht, muß das nicht mehr unbedingt zutreffen bzw. ist diese Bedingung zumindest zu prüfen. Genügend genau mögen die Zustandsgleichungen für ideale Gase bei isothermer Volumenänderung gelten:

$$\rho_g = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p \quad \text{oder} \quad \gamma_g = \frac{\gamma_0}{p_0} \cdot p. \quad (8)$$

Ist ρ_0 ($p = p_0 = 100 \text{ kN/m}^2$) $\approx 1,25 \text{ kg/m}^3$, wird $\gamma_0 = 0,0125 \text{ kN/m}^2$.

Wegen der Abhängigkeit $\gamma_g = \gamma_g(p)$ verändert sich der Druck im Speicher exponentiell mit z , d. h. $p = p_a \cdot e^{z/p_0 \cdot \rho_0}$. Im statischen Fall ist das Druckverhältnis zwischen zwei 100 m übereinanderliegenden Horizonten $p_u/p_a = p^{z_u/p_0 \cdot 100m} = 1,13$. Das Dichteverhältnis ist demnach in der gleichen Größe. Setzen wir einen Maximaldruck von 4000 kPa voraus, wird die Wichte $\gamma_g(p/p_0 = 40) = 0,50 \text{ kN/m}^2$. Im Verhältnis zur mittleren Wichte der Gesteinsmatrix $\bar{\gamma}_n \approx 20,0 \text{ kN/m}^2$ macht dieser Wert der Wichte 2,5% aus. Er kann fast vernachlässigt werden. Es reicht aus, mit einem mittleren Wert zu rechnen und von einer Veränderlichkeit abzusehen. Daran ändert auch eine andere Zustandsgleichung für das Gas nur wenig.

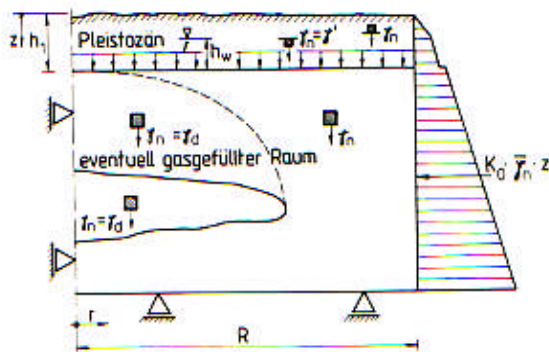


Fig. 2. Belastung und Stützung im Primärzustand - Prinzipskizze. - Loads and supports in primary state - principal draft

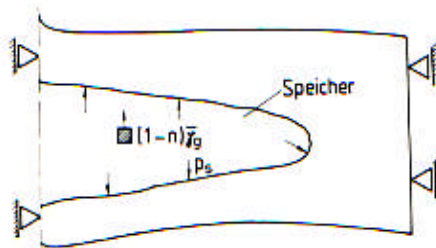


Fig. 3. Lastfall: Gasdruck im Speicher. - Conditions: Gas pressure in the store-reservoir

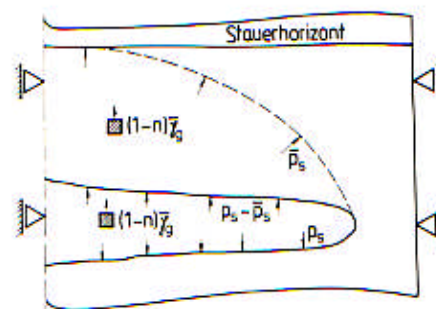


Fig. 4. Lastfall: Aufladung des Speicherhangenden (ohne Strömung). - Conditions: Raising of the pressure above the reservoir (without flow)

Ausgangspunkt zur Berechnung des Gasdruckes im Speicherhorizont ist die Annahme, daß innerhalb des Speichers keine Strömungsvorgänge ablaufen. Als Volumenkraft ist die Differenz zwischen der Wichte unter Auftrieb und der im Primärzustand wirkenden Volumenkraft $\gamma_n = \gamma_d$ in Ansatz zu bringen:

$$\begin{aligned} \Delta\gamma &= \gamma' - \gamma_d = \gamma_{Sr} - \bar{\gamma}_g - \gamma_d \\ &= \gamma_d + n \cdot \bar{\gamma}_g - \bar{\gamma}_g - \gamma_d \\ \Delta\gamma &= + (1 - n) \bar{\gamma}_g \end{aligned} \quad (9)$$

Hinzu kommt der Speicherdruck p_s auf die Berandungen des Speichers. Bei genügend kleiner Höhe des Speichers darf $p_s = \text{const.}$ angesetzt werden. Fig. 3 zeigt die Belastungsskizze.

Bei der Erweiterung des Gasdruckes auf das Hangende sind zwei Fälle denkbar:

- Im Hangendebereich hat sich langsam, ausgehend vom Speicher, aber letztlich unabhängig vom Speicherdruck, ein wirkender Gasdruck $\bar{p}_s < p_s$ aufgebaut. Zur Behandlung dieses Falles ist eine Volumenkraft der Größe $\Delta\gamma = - (1 - n) \gamma_g$ zum Ansatz zu bringen. Die Grenzen des aufgeladenen Hangendebereiches sind mit p_s zu beaufschlagen. Daraus resultiert ein Differenzdruck $p_s - \bar{p}_s$ an der Grenze Speicher/Hangendes. Fig. 4 zeigt diese Belastungsbedingungen.

2.4.1 Primärspannungszustand

Als Primärspannungszustand wird der Spannungszustand in einem weitgehend entlasteten Speicher betrachtet, dessen Poren aber nach wie vor gasgefüllt bleiben. Damit sind die Annahmen verbunden, daß

- die Dichte des Gases in diesem Zustand vernachlässigbar ist gegenüber der Dichte der Gesteinsmatrix und
- die Trockendichte ρ_d der Gesteinsmatrix in etwa der „Rohdichte unter Auftrieb“ ρ' entspricht und damit als maßgebend angesehen werden darf für die Erzeugung der Primärspannungen. Wir wählen zur Vereinheitlichung des Formelapparates auch für eventuell gasführende Horizonte für die Bezeichnung der Wichte das Zeichen $\gamma_n = g \cdot \rho_d$.

Für Stauer, Hangendes (soweit nicht gasgefüllt) und Liegendes wird zwar ein Wassergehalt $w_n \neq 0$, aber keine Wassersättigung ($S_r < 1$) vorausgesetzt. Die Wichte entspricht einer – im Zahlenwert für jeden Horizont verschiedenen – natürlichen Wichte γ_n . Steht im Pleistozän Grundwasser an, so gilt dort $\gamma_n = \gamma' = \gamma_{sr} - \gamma_w$ (γ_{sr} – Wichte bei voller Wassersättigung, γ_w – Wichte des Wassers, γ' – Wichte unter Auftrieb). Darüber hinaus ist ein Wasserdruck an der Grenze Pleistozän/Stauer in Ansatz zu bringen. Am Rand $r = R$ sind die Randbedingungen $\sigma'_r(r = R, z) = \bar{\gamma}_n \cdot K_0 \cdot z$; $\sigma'_{rz}(r = R, z) = 0$ ($\bar{\gamma}_n$ – mittlere Wichte). K_0 ist der Seitendruckbeiwert, definiert durch das Verhältnis $K_0 = \sigma'_r / \sigma'_z$. Über die Größe des K_0 -Wertes ist zu befinden. Fig. 2 zeigt das Belastungsbild. Näherungsweise sind folgende Spannungen zu erwarten:

$$\sigma'_r = \sigma'_\phi = K_0 \cdot \bar{\gamma}_n \cdot z; \quad \sigma'_z = \bar{\gamma}_n \cdot z; \quad \sigma'_{rz} \approx 0. \quad (z > h_1!) \quad (7)$$

(σ'_r – wirksame Radialspannung, σ'_ϕ – wirksame Tangentialspannung, σ'_z – wirksame Vertikalspannung, σ'_{rz} – Schubspannung).

Die Spannungen des Primärzustandes sind abzuspeichern. Die berechneten Verformungen sind für die weiteren Untersuchungen ohne Interesse.

2.4.2 Speicherdruck

Unter Normalbedingungen ist sicherlich die Gasdichte gegenüber der der Matrix vernachlässigbar. Da das Gas aber im Speicher unter erheblichem Druck steht, muß das nicht mehr unbedingt zutreffen bzw. ist diese Bedingung zumindest zu prüfen. Genügend genau mögen die Zustandsgleichungen für ideale Gase bei isothermer Volumenänderung gelten:

$$\rho_g = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p \quad \text{oder} \quad \gamma_g = \frac{\gamma_0}{p_0} \cdot p. \quad (8)$$

Ist ρ_0 ($p = p_0 = 100 \text{ kN/m}^2$) $\approx 1,25 \text{ kg/m}^3$, wird $\gamma_0 \approx 0,0125 \text{ kN/m}^3$.

Wegen der Abhängigkeit $\gamma_g = \gamma_g(p)$ verändert sich der Druck im Speicher exponentiell mit z , d.h. $p = p_a \cdot e^{\gamma_n/p_0 \cdot z}$. Im statischen Fall ist das Druckverhältnis zwischen zwei 100 m übereinanderliegenden Horizonten $p_u/p_d = p^{\gamma_n/p_0 \cdot 100m} = 1,13$. Das Dichteverhältnis ist demnach in der gleichen Größe. Setzen wir einen Maximaldruck von 4000 kPa voraus, wird die Wichte $\gamma_g(p/p_0 = 40) = 0,50 \text{ kN/m}^3$. Im Verhältnis zur mittleren Wichte der Gesteinsmatrix $\bar{\gamma}_n \approx 20,0 \text{ kN/m}^3$ macht dieser Wert der Wichte 2,5% aus. Er kann fast vernachlässigt werden. Es reicht aus, mit einem mittleren Wert zu rechnen und von einer Veränderlichkeit abzusehen. Daran ändert auch eine andere Zustandsgleichung für das Gas nur wenig.

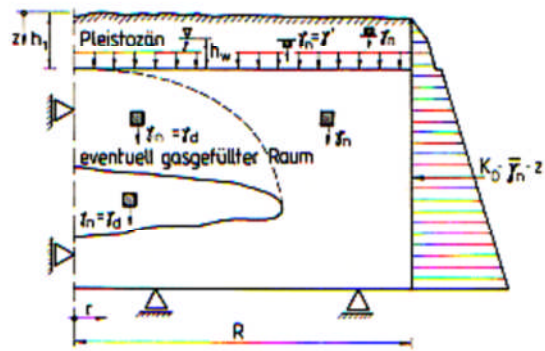


Fig. 2. Belastung und Stützung im Primärzustand – Prinzipskizze. – Loads and supports in primary state – principal draft

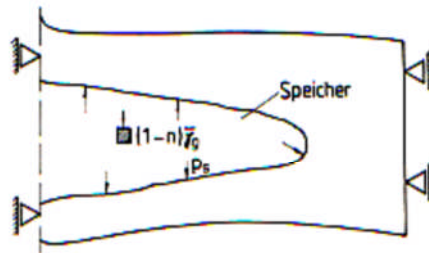


Fig. 3. Lastfall: Gasdruck im Speicher. – Conditions: Gas pressure in the store-reservoir

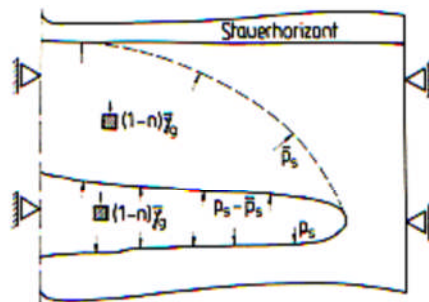


Fig. 4. Lastfall: Aufladung des Speicherhangenden (ohne Strömung). – Conditions: Raising of the pressure above the reservoir (without flow)

Ausgangspunkt zur Berechnung des Gasdruckes im Speicherhorizont ist die Annahme, daß innerhalb des Speichers keine Strömungsvorgänge ablaufen. Als Volumenkraft ist die Differenz zwischen der Wichte unter Auftrieb und der im Primärzustand wirkenden Volumenkraft $\gamma_n = \gamma_d$ in Ansatz zu bringen:

$$\begin{aligned} \Delta\gamma &= \gamma' - \gamma_d = \gamma_{sr} - \bar{\gamma}_g - \gamma_d \\ &= \gamma_d + n \cdot \bar{\gamma}_g - \bar{\gamma}_g - \gamma_d \\ \Delta\gamma &= + (1 - n) \bar{\gamma}_g. \end{aligned} \quad (9)$$

Hinzu kommt der Speicherdruck p_s auf die Berandungen des Speichers. Bei genügend kleiner Höhe des Speichers darf $p_s = \text{const.}$ angesetzt werden. Fig. 3 zeigt die Belastungsskizze.

Bei der Erweiterung des Gasdruckes auf das Hangende sind zwei Fälle denkbar:

- Im Hangendebereich hat sich langsam, ausgehend vom Speicher, aber letztlich unabhängig vom Speicherdruck, ein wirkender Gasdruck $\bar{p}_s < p_s$ aufgebaut. Zur Behandlung dieses Falles ist eine Volumenkraft der Größe $\Delta\gamma = - (1 - n) \bar{\gamma}_g$ zum Ansatz zu bringen. Die Grenzen des aufgeladenen Hangendebereiches sind mit p_s zu beaufschlagen. Daraus resultiert ein Differenzdruck $p_s - \bar{p}_s$ an der Grenze Speicher/Hangendes. Fig. 4 zeigt diese Belastungsbedingungen.

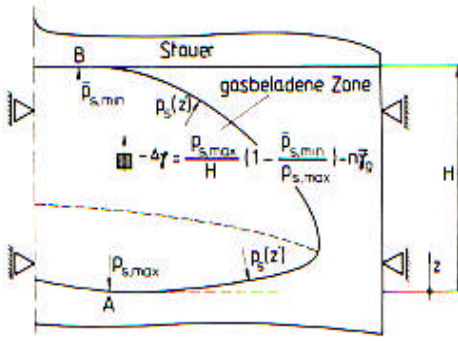


Fig. 5. Stationäre Gasströmung im Speicher/Hangendhorizont. – Stationary flow in the reservoir and above it

– Im Gesamtbereich (Speicher und Hangendes) findet ein ständiger Strömungsvorgang statt. Ausgehend von den Grenzwerten der Drücke $p_{s,max}$, $\bar{p}_{s,min}$ und einer Gesamthöhe H des aufgeladenen Horizontes (Fig. 5) ergeben sich die totalen Höhen

$$h_A = p_{s,max}/\bar{\gamma}_g; \quad h_B = p_{s,min}/\bar{\gamma}_g + H. \quad (10)$$

Daraus folgen das Strömungsgefälle (vertikal nach oben orientiert)

$$i = \frac{h_A - h_B}{H} = \frac{1}{\bar{\gamma}_g} \cdot \frac{p_{s,max} - \bar{p}_{s,min}}{H} - 1 \quad (11)$$

und die Strömungs„wichte“

$$-\gamma_{St} = i\bar{\gamma}_g = \frac{p_{s,max} - \bar{p}_{s,min}}{H} - \bar{\gamma}_g \quad (12)$$

Mit Strömung ist zu rechnen, solange

$$\frac{\bar{p}_{s,min}}{H \cdot \bar{\gamma}_g} < \frac{p_{s,max}}{H \cdot \bar{\gamma}_g} - 1. \quad (13)$$

Als resultierende Volumenkraft sind die Differenz zwischen Wichte unter Auftrieb und Trockenwichte (aus Primärzustand) sowie Strömungswichte anzusetzen:

$$\begin{aligned} \Delta\gamma &= \gamma' - \gamma_d + \gamma_{St} \\ &= \gamma_d + n\bar{\gamma}_g - \bar{\gamma}_g - \gamma_d - \frac{p_{s,max} + \bar{p}_{s,min}}{H} + \bar{\gamma}_g \\ -\Delta\gamma &= \frac{p_{s,max}}{H} \left(1 - \frac{\bar{p}_{s,min}}{p_{s,max}}\right) - n\bar{\gamma}_g. \end{aligned} \quad (14)$$

Der Speicherdruck selbst ist eine Ortsfunktion

$$p_s(z') = p_{s,max} \left[\left(1 - \frac{z'}{H}\right) + \frac{\bar{p}_{s,min}}{p_{s,max}} \cdot \frac{z'}{H} \right] \quad (15)$$

und ist in dieser Größe an der Speicherberandung anzusetzen.

3 Numerische Untersuchungen an einem Beispiel

3.1 Geometrie, geomechanische Parameter, Modellvarianten

Figur 6 zeigt das geologische Modell, verdeutlicht gleichzeitig die geometrischen Verhältnisse des Untersuchungs-bereichs. Tabelle 1 enthält die benutzten geometrischen Parameter. Die Wichte des Gases wurde im Verhältnis zur Wichte der Gesteinsmatrix vernachlässigt (Abschn. 2.4.2). Da es sich hier um eine Beispielrechnung handeln soll, die dazu dient zu verdeutlichen, welche grundsätzlichen Resultate sich ergeben aus der vorgestellten Modellbetrachtung,

werden die Parameter nicht näher diskutiert. Den hohen K_0 -Wert könnte man sich beispielsweise als Folge einer geologischen Vorbelastung entstanden denken. Selbstverständlich sind bodenphysikalische Parameter von entscheidendem Einfluß auf das reale Ergebnis und müssen gründlich bedacht werden. Aus diesem Grund wurden auch mehrere Modellvarianten durchgerechnet. Das grundsätzliche Vorgehen war:

- Erzeugung eines Primärspannungszustandes,
- Druckaufbau (schrittweise im Speicher bis zu einem Speicherdruck p_s (Max $p_s = 4,0$ MPa, Sekundärspannungszustand 1),
- schrittweiser Druckaufbau im Hangenden bis zu einem Wert \bar{p} , (Sekundärspannungszustand 2, es erfolgte eine Untersuchung gemäß Abschn. 2.4.2).

Modellvarianten

M1 Veränderung des E-Moduls an Schichtgrenzen

- M1/1 – die Steifigkeitszuweisung entspricht der geologischen Einordnung

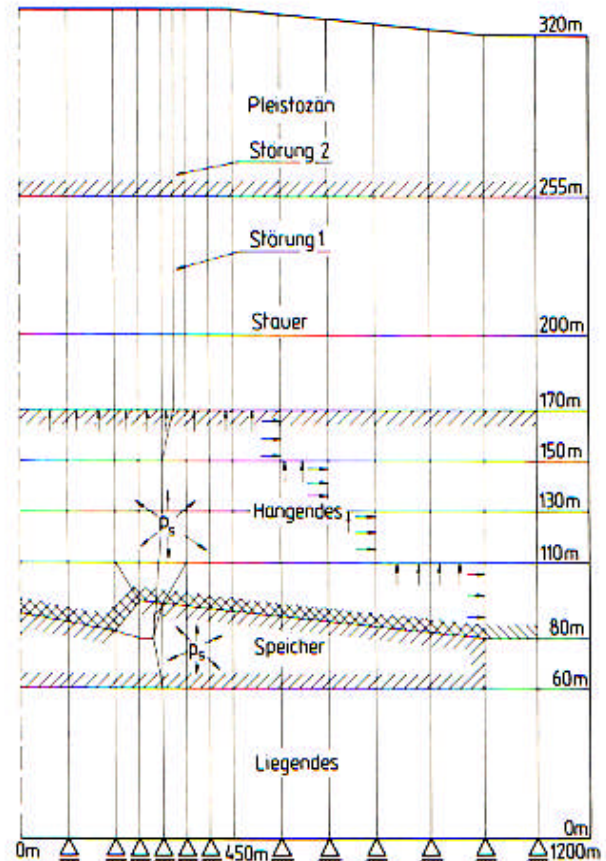


Fig. 6. FEM-Netz. – FEM-network

Tabelle 1. Geomechanische Parameter

Geol. Horizont	γ_n kN/m ³	K_0	E GPa	ν	Φ °	c kPa	ψ °
Pleistozän	18,90	–	0,15	0,22	30	10	0 ... 30
Stauer	21,00	–	0,03	0,22	16	68	0 ... 16
Hangendes	20,50	–	8,00	0,25	28	40	0 ... 28
Speicher	20,00	1,25	16,40	0,27	40	20	0 ... 40
Liegendes	23,00	–	5,00	0,30	30	15	0 ... 30
Störung 1	21,00	–	0,03	0,22	10	0	0
Störung 2	18,90	–	0,15	0,22	15	5	15

E – Elastizitätsmodul, ν – Querdehnungszahl

- M1/2 – Elementen am Rande des Speichers und einem Element des Pleistozäns wurden Steifigkeiten des „Hangenden“ zugewiesen
- M1/3 – Elemente am Rande des Hangenden erhielten die Steifigkeiten des Speichers, Randelemente des Stauer die des Hangenden
- M2 Simulation von Schwächeflächen
- M2/1 – nur Schwächezonen im Stauer
- M2/2 – Schwächezonen im Stauer und im Pleistozän
- M3 Beachtung unterschiedlicher Stoffgesetze
- M3/1 – Stoffgesetz von Mohr/Coulomb
- M3/1 – Stoffgesetz von Drucker/Prager
- M4 Variation der Randbedingungen
- M4/1 – Rollenlager am äußeren vertikalen Rand
- M4/2 – freier Rand außen.
- Für alle Modellvarianten wurden Primärspannungszustand und Sekundärspannungszustände ermittelt.

3.2 Ergebnisse der numerischen Berechnungen

Der Verformungszustand ist durch Bilder der Knotenverschiebungen zu belegen; den Spannungszustand charakterisieren – wie üblich – Trajektorienbilder, aus denen die Richtungen der Hauptspannungen und deren Größe ersichtlich sind. Auf die Wiedergabe solcher Bilder wird verzichtet.

- Die Bilder sind – unabhängig von der Modellvariante – qualitativ gleich.
- Die Veränderung des Hauptspannungszustandes infolge des Druckaufbaues im Speicher und in einem Teilbereich des Hangenden beschränkt sich fast ausschließlich auf diese Bereiche. Im Stauer und im Pleistozän (einschließlich darin befindlicher Schwächezonen) ist ein zu den z/r -Richtungen paralleler Spannungsverlauf vorhanden. Schwächezonen in diesen Gebieten haben demnach vermutlich nur geringen Einfluß auf das Widerstandvermögen des Gebirges unter der untersuchten Beanspruchung.
- Zugspannungen treten an keiner Stelle des Untersuchungsgebietes auf.
- Das Modell 4/2 führt im Sekundärspannungszustand erwartungsgemäß zum Versagen.

Der Beginn des Plastizitätsvorganges ist durch Ausbildung einzelner plastischer Zonen belegt. Eine Bewertung dieses Vorganges bei den einzelnen Modellrechnungen ermöglicht folgende Aussagen:

- Erste Plastizierungen zeigen sich im Modell M1/1 für einen Speicherdruck von $p_s = \bar{p}_s = 2,7$ MPa. Sie liegen im Bereich einer Geländesenke an der Geländeoberfläche (Zone A in Fig. 7) und können als Ergebnis von Spannungskonzentrationen an einer konstruktionsbedingten Kerbe interpretiert werden.
- Erhöhungen des Speicherdrucks auf $p_s = 4,0$ MPa ($\bar{p}_s = 2,7$ MPa \approx const.) bewirken noch keine Veränderungen der plastischen Zone im Bereich der Geländeoberfläche.
- Erhebliche Vergrößerungen der plastischen Zone A treten bei eingelagerten Störungen in der pleistozänen Deckschicht auf (M1/2 in Fig. 7). Im Fall solcher Einlagerungen mit anderen Materialeigenschaften (höhere Steifigkeiten) erfolgt erste Plastizierung bereits in einem Gasdruck von $p_s = \bar{p}_s = 2,2$ MPa.
- Eine weitere Erhöhung des Speicherdrucks p_s und des Druckes im Hangenden \bar{p}_s führt zur Bildung weiterer

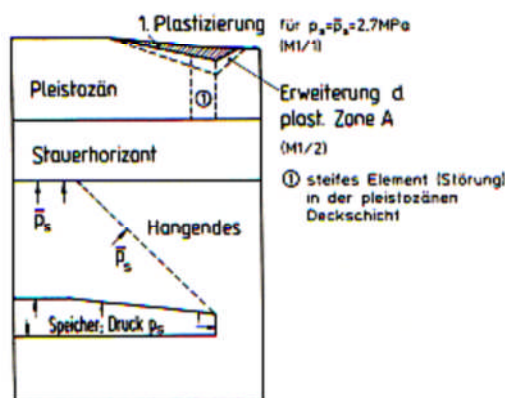


Fig. 7. Plastizierungen an der Geländeoberfläche. – Yielding at the surface

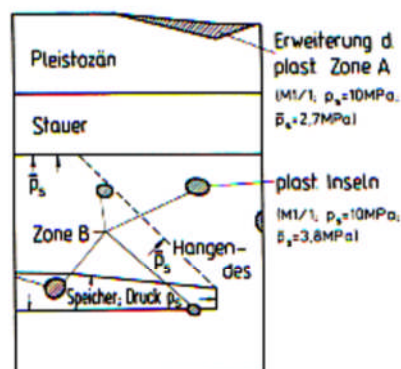


Fig. 8. Plastizierungen im Hangenden und im Speicher bei Drücken von $p_s = 10$ MPa und $\bar{p}_s = 3,8$ MPa. – Yielding in the reservoir and above it with pressures $p_s = 10$ MPa and $\bar{p}_s = 3,8$ MPa

plastischer Zonen (Fig. 8). Erhöht man p_s auf 10 MPa, beläßt aber \bar{p}_s auf 2,7 MPa, vergrößert sich die Zone A etwas (Modell 1/1, Fig. 8). „Plastische Inseln“ auch im Hangenden und im Speicher entstehen bei zusätzlicher Drucksteigerung von \bar{p}_s auf $\bar{p}_s = 3,8$ MPa ($p_s = 10,0$ MPa). Diese „Inseln“ führen schließlich zusammenhängende Gebiete in den Grenzzustand (Zone B in Fig. 8). Mit Ausnahme der Zone A, die an die Existenz einer Geländeabsenkung gebunden ist, entstehen solche Gebiete weder im Stauerhorizont noch in der pleistozänen Deckschicht.

- Die in Figs. 7 und 8 dargestellten Plastizierungserscheinungen unterscheiden sich bei Verwendung des Stoffgesetzes nach Drucker-Prager nicht von denen unter Verwendung der Mohr-Coulombschen Fließbedingung. Dies korrespondiert mit der in Geo- und Bodenmechanik bewährten Beschränkung auf die Mohr-Coulombschen Bruchbedingungen für praktische Aussagen zum Bruchverhalten.

Aus den Modelluntersuchungen ergeben sich folgende Schlußfolgerungen für die Untergrundgasspeicherung:

1. In Senken an der Geländeoberfläche über Speichern entstehen erste Grenzbeanspruchungen.
2. Starke Inhomogenitäten („harte“ Einschlüsse) in oberen Horizonten wirken sich negativ aus, während Störungen mit geringen Steifigkeitsänderungen wenig Effekte zeigen.
3. Entlastungen im Randbereich eines Speichers sind zu vermeiden.
4. Starke Druckerhöhungen im tiefliegenden Speicherhorizont führen nicht unbedingt zur Grenzbeanspruchung;

das bewirken aber Druckbeaufschlagungen in geringeren Teufen.

5. Wenn man auf der Basis der Berechnungen Grenzlaster festlegen sollte, so erschien folgende Aussage möglich.
 - Ein Speicherdruck bis $p_s = 10$ MPa wäre denkbar. Dabei sollte aber $\bar{p}_s = 0$ sein.
 - Ein Speicherdruck $p_s = 4,0$ MPa bei $\bar{p}_s = 2,7$ MPa erscheint noch sicher.

4 Abschließende Bemerkungen

Die Frage nach dem zulässigen Speicherdruck im eigentlichen Speicherhorizont und dem tolerierbaren Druckanstieg in angrenzenden Gebieten wird oft gestellt. Für einen Aquiferspeicher ist erstmals der Versuch gemacht worden, sie auf Basis der Kontinuumsmechanik zu beantworten, d. h. auf einem Weg, der bei Salzkavernen schon lange üblich ist [7]. Das vorgelegte Modell erscheint von methodischem Interesse. Bemerkenswert sind auch die Ergebnisse, die Reserven erschließen könnten. Notwendig werden allerdings zusätzliche Untersuchungen des Spannungszustandes in der Umgebung von Sonden. Noch einmal zu betonen ist der Einfluß der Gebirgskennwerte und der korrekten Darstellung der geologischen Situation. Erfüllen diese Parameter hohe Ansprüche, dann ist auch mit einem zuverlässigen Ergebnis zu rechnen.

Literatur

1. Rütz, D.: Programmdokumentation für das FEM-Programm FEEREPGT. Schriften der Hochschule für Architektur und Bauwesen, Weimar, Heft 41
2. Lersow, M.: Programmdokumentation für die Programme FEEREPGT (Version BAF) und FEMDIS sowie konstitutive Gleichungen. Interne Unterlagen der BA Freiberg (1989)
3. Lade, P.V.; Duncan, J.M.: Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil. Journal of the Geotechnical Engineering Division 101 (1975) 1037-1053
4. Arslan, U.; Wanninger, R.: Beitrag zum Spannungs-Verformungsverhalten der Böden. Mitteilungen der Versuchsanstalt Bodenmechanik und Grundbau der TH Darmstadt, Heft 23, 1980
5. Drucker, D.; Prager, W.: Soil Mechanics and Plastic Analysis on Limit Design. Quart. of Appl. Math. Vol. 10 Nr. 2, 1952, 157-165
6. Lersow, M.: Entwicklung einer Spannungs-Verzerrungsbeziehung für bindige und nichtbindige Lockergesteine. Dissertation A, BA Freiberg, 1984
7. Pöttler, R.: Baustatische Untersuchungen von Salzkavernen. Bauingenieur 64 (1989) 497-503
8. Koczyk, S.: Die Kontinuumstheorie der Plastizität und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme. TU Magdeburg, WB Festkörpermechanik, Dissertation B, 1975
9. Rütz, D.: Beitrag zur Berechnung von Spannungs- und Deformationsfeldern im Baugrund. HAB Weimar, Dissertation A, 1986

Kurze Technische Berichte

Die Hauptquerkräfte von Plattentragwerken und ihr Ansatz bei der Schubbemessung im Stahlbetonbau

1 Einleitung. Die Schnittkräfte von Plattentragwerken des Hoch- und Brückenbaues mit komplizierter Grundrißgeometrie, veränderlicher Plattendicke, unregelmäßiger Lagerung oder komplexen Belastungsvorgaben werden heute üblicherweise elektronisch nach der Finite Elemente Methode (FEM) berechnet. Hierbei werden von den meisten FE-Programmen neben den Biege- und Drillmomenten m_x , m_y und m_{xy} in einem vor Beginn der Berechnung festgelegten kartesischen Koordinatensystem $x-y$ auch die Hauptmomente m_I und m_{II} sowie die zugehörigen Hauptmomentenrichtungen ausgegeben. Bei den Querkräften hingegen werden von vielen gebräuchlichen FE-Programmen lediglich die Größen q_x und q_y berechnet.

Für die Schubbemessung einer Platte ist jedoch die betragsmäßig größte Hauptquerkraft q_I maßgebend, da diese die größten schiefen Hauptzugspannungen in Höhe des Dehnungsnullpunktes (Schubbereich 1, ohne Schubbewehrung) bzw. die größte Schubbewehrung (Schubbereich 2) ergibt. Des weiteren ist q_I anzusetzen beim Nachweis der maximal zulässigen Schubspannung $\max \tau_0$, die für Platten mit τ_{02} zu begrenzen ist.

Die Querkräfte q_x und q_y erfüllen bekanntlich das für die Koordinaten eines Vektors charakteristische Transformationsgesetz (z. B. [1]). Man spricht daher auch vom Querkraftvektor. Aufgrund dieser Analogie ergeben sich für die Hauptquerkräfte und den Richtungswinkel φ_{IQ} der extremalen Hauptquerkraft q_I die Beziehungen

$$|q_I| = +\sqrt{q_x^2 + q_y^2} \quad (1)$$

$$|q_{II}| = 0, \quad (2)$$

$$\varphi_{IQ} = \arctan(q_y/q_x). \quad (3)$$

Besondere Bedeutung hat die Bestimmung der Hauptquerkraft im Bereich von Punktstützungen. Im direkten Stützungsumfeld, dem sog. „Stanzkegel“, ist bekanntermaßen zunächst einmal der Durchstanznachweis nach [2], Kap. 22, zu führen. In [3] wird darüber hinaus empfohlen, außerhalb des Stanzkegels einen

Schubnachweis gemäß [2], Kap. 17.5, zu führen. Dabei treten des öfteren Querkräfte q_x und q_y in gleicher Größenordnung auf, so daß q_I deutlich größer wird als q_x oder q_y allein. Ein getrennter Schubnachweis in x - und y -Richtung könnte hierbei zu Schubspannungen τ_{0x} und τ_{0y} führen, die beide für sich unter der Nachweisgrenze $k \cdot \tau_{011}$ liegen, während der Nachweis mit q_I zu der Forderung führt, daß eine Schubbewehrung einzulegen ist.

Als weiteres Beispiel für das Auftreten von Querkräften q_x und q_y in gleicher Größenordnung seien an dieser Stelle noch die Eckbereiche von schiefen Platten, die häufig bei Brücken-Überbauten zur Anwendung kommen, genannt.

2 Vorschlag zur Bemessung und konstruktiven Durchbildung der Schubbewehrung

2.1 Senkrechte Bügel (90°-Bügel)

Falls der Schubnachweis für q_I die Anordnung einer Schubbewehrung erfordert (τ_0 infolge $q_I > k \cdot \tau_{011}$), ist die am einfachsten und anschaulichsten bemeßbare Bewehrung die mit senkrecht stehenden Bügeln. Sie kann wie jede herkömmliche Bügelbewehrung unter Zugrundelegung von q_I bemessen werden. Die erforderliche Bewehrung pro m^2 Grundrißfläche ergibt sich demnach zu

$$\text{erf}_{a_s, \text{Bügel}(90^\circ)} = \frac{\tau_I}{\text{zul } \sigma_s} \quad (4)$$

Für die Anordnung der Bügel sind in Anlehnung an [2], Kap. 18.8.4, zwei Fälle zu unterscheiden:

Fall 1

$$q_x > q_y \quad \text{und} \quad \tau_0(q_x) \leq 0,5 \cdot \tau_{02} \quad (5a)$$