

Elasto-plastischer Spannungsdeformationsansatz unter Verwendung der Fließbedingung nach Drucker und Prager für die Berechnung dickwandiger Rohre

1. Einleitung

Überall dort, wo hochbeanspruchte Konstruktionen hinsichtlich Belastung, Funktionsfähigkeit und Materialökonomie zu beurteilen sind, ist es unzulässig, den inelastischen Bereich zu negieren und die Berechnung allein auf der Grundlage elastischen Verhaltens durchzuführen. Bei realistischen Sicherheitsanalysen zur Abschätzung von Sicherheitsabständen sind solche Betrachtungen unumgänglich. Nachfolgend wird ein Konzept auf der Grundlage skleronom, elasto-plastischen Materialverhaltens vorgestellt und am Beispiel des dickwandigen Rohres unter Innen- und Außendruck sowie unter Berücksichtigung eines stationären Temperaturfeldes erläutert. Der Einfluß der Temperatur auf die Materialkonstanten bleibt unberücksichtigt. Für das vorgestellte Konzept liegt ein Rechenprogramm für einen Personalcomputer in der FORTRAN-Version F77 vor.

2. Grundgleichungen

2.1. Elastischer Bereich

Für das dickwandige Rohr unter rotationssymmetrischer Außen- (p_a) und Innendruckbelastung (p_i) ergeben sich bei Ansatz eines stationären logarithmischen Temperaturfeldes für den ebenen Spannungs- und Verzerrungszustand folgende Spannungsverzerrungsverläufe [1 und 2]:

– Definition für das stationäre Temperaturfeld

$$T(r) = T_i + (T_i - T_a) \frac{\ln \frac{r}{r_i}}{\ln \frac{r_a}{r_i}} \quad (1)$$

– Spannungsverläufe im elastischen Gebiet
a) Ebener Spannungszustand

$$\sigma_r^e(r) = \frac{p_i \left(1 - \frac{r_a^2}{r^2}\right) r_i^2 - p_a \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2}\right) r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} + E' (T_i - T_a) \left[\frac{\ln \frac{r}{r_i}}{\ln \frac{r_a}{r_i}} - \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_i^2}{r^2}\right) \right] \quad (2.1)$$

Tangentialspannung

$$\sigma_\varphi^e(r) = \frac{p_i \left(1 + \frac{r_a^2}{r^2}\right) r_i^2 - p_a \left(1 + \frac{r_i^2}{r^2}\right) r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} + E' (T_i - T_a) \left[\frac{\ln \frac{r}{r_i} + 1}{\ln \frac{r_a}{r_i}} - \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_i^2}{r^2}\right) \right] \quad (2.2)$$

Axialspannung

$$\sigma_z^e(r) = 0, \quad (2.3)$$

mit

$$E' = \frac{E \alpha}{2}$$

b) Ebener Verzerrungszustand
Axialspannung

$$\sigma_z^e(r) = \frac{2\nu(p_i r_i - p_a r_a)}{r_a^2 - r_i^2} + 2 E' \left\{ -(1-\nu) T_i + (T_i - T_a) \left[\frac{\ln \frac{r}{r_i} + 0,5\nu}{\ln \frac{r_a}{r_i}} - \nu \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \right] \right\} \quad (2.4)$$

Die Radial- und Tangentialspannung können mit den Gleichungen (2.1) und (2.2) ermittelt werden, wenn wie in Gleichung (2.4) für

$$E' = \frac{E \alpha}{2(1-\nu)}$$

gesetzt wird.

Wird die Fließgrenze überschritten, dann sind die mit den Gleichungen (2.1) bis (2.4) beschriebenen Spannungsverläufe nicht mehr gültig.

2.2. Elasto-plastischer Bereich

2.2.1. Fließfläche, Fließregel, Verfestigungsgesetz

Mit Erreichen oder Überschreiten der Fließgrenze wird das Material im allgemeinen weicher (Bild 1). Der Verzerrungstensor enthält einen plastischen Anteil. Superposition des elastischen und des plastischen Verzerrungsanteils (für kleine Deformationen zulässig) ergibt

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p \quad (3)$$

Zur Berechnung der Spannungsverzerrungsverläufe im elasto-plastischen Bereich benötigt man drei zusätzliche Angaben (Bild 2):

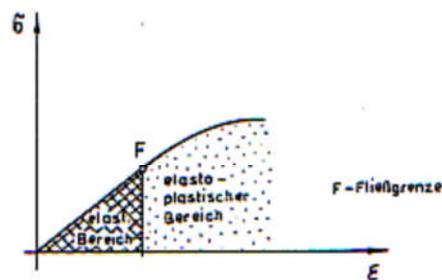


Bild 1
Einachsige
Spannungs-
verzerrungs-
kurve

1. Eine Definition, wann der Spannungsvektor die Anfangsfließgrenze erreicht – die *Anfangsfließbedingung*.
2. Eine Spannungsverzerrungsbeziehung für plastische Deformationen – die *Fließregel*.
3. Eine Aussage darüber, welches Verhalten die Fließgrenze im Fortgang der Belastung zeigt – das *Ver- oder Entfestigungsgesetz*.

Die Fließgrenze stellt sich im n -dimensionalen Spannungsraum als Hyperfläche dar. Für Gestein und Beton haben

¹ Dr.-Ing. Michael Lersow, Bergakademie Freiberg, Ingenieur-
schule, und Doz. Dr. sc. techn. Peter Sitz, Bergakademie Freiberg,
Sektion Geotechnik und Bergbau

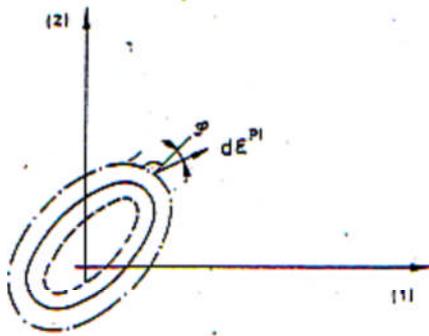


Bild 2
Fließflächen
in der 1. und
2. Spannungsebene

- Anfangsfließfläche
- - - Kontraktion der Anfangsfließfläche (Entfestigung)
- · · Expansion der Anfangsfließfläche (Verfestigung)

sich kegelförmige Fließflächen bewährt [8 und 9]. Besondere Bedeutung hat dabei die Fließbedingung nach *Drukker/Prager* [3] erlangt, die auch die klassischen Fließbedingungen nach *v. Mises* und *Mohr/Coulomb* in geeigneter Weise vereint. Auf der Grundlage rotationssymmetrischer Prüfbedingungen läßt sich die Fließbedingung F nach *Drukker/Prager* wie folgt darstellen [3]:

$$F = k_0 \sigma_{pp} + \sqrt{J_2} - k_1 \quad (4.1)$$

mit

$$k_0 = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3} (3 - \sin \varphi)}$$

$$k_1 = \frac{6 c \cos \varphi}{\sqrt{3} (3 - \sin \varphi)} \quad (4.2)$$

$$\sigma_{pp} = \sigma_r + \sigma_\varphi + \sigma_z,$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]; \quad (4.3)$$

φ Winkel der inneren Reibung,

c Kohäsion,

σ_{pp} 1. Invariante des Spannungstensors,

J_2 2. Invariante des Spannungsdeviators.

Die Fließregel beschreibt den Zusammenhang zwischen den Spannungen und den plastischen Deformationen. Sie bringt auch die Stellung des plastischen Verzerrungsvektors zur Fließfläche zum Ausdruck. Steht der Vektor der plastischen Verzerrungen senkrecht zur Fließfläche, spricht man von einer assoziierten Fließregel, ansonsten von einer nicht assoziierten Fließregel. Der Winkel φ , den der Verzerrungsvektor dabei mit der Fließflächennormalen einschließt, wird als Dilatanzwinkel bezeichnet (vgl. Bild 2). Als geeignete assoziierte Fließregel hat sich die nach *v. Mises* [5] erwiesen, die auch für alle weiteren Betrachtungen angesetzt wurde. Sie lautet in inkrementeller Form:

$$d \varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} d \lambda, \quad (5)$$

$d \varepsilon_{ij}^p$ Komponente des plastischen Verzerrungstensors,

σ_{ij} Komponente des Spannungstensors,

λ nichtnegativer skalarer Faktor.

Die nichtassozierte Fließregel erhält man in allgemeiner Form aus (5), wenn anstelle der Fließbedingung $F(\sigma_{ij})$ das plastische Potential $\Psi(\sigma_{ij})$ eingeführt wird, wobei $\Psi \neq F$ gilt.

Nichtassozierte Fließregeln können z. B. [4 und 5] entnommen werden.

Das Ver- oder Entfestigungsgesetz gibt an, in welcher Weise sich die Fließfläche im Fortgang der Belastung verändert. Kontrahiert sie, zeigt das Material Entfestigung. Expandiert sie, zeigt das Material Verfestigung. Bleibt

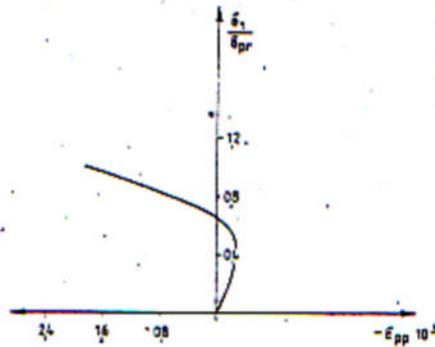


Bild 3
Volumen-
änderungskurve
eines Betons
nach [9]

sie unverändert, liegt ideal-plastisches Verhalten vor (s. Bild 2). Die Fließfunktion F ist somit nicht nur eine Funktion des Spannungstensors σ_{ij} , sondern auch des Verzerrungstensors ε_{ij} und des Zustandsvektors des Materials. Der Materialzustand (Gestein, Beton) läßt sich z. B. durch die Volumendehnung [8 und 9] beschreiben. Eine Analyse verschiedener Triaxialversuche zeigt, daß es sinnvoll ist, eine Einteilung des Materials nach Kontraktanz bzw. Dilatanz bei zunehmender deviatorischer Belastung vorzunehmen (s. Bild 3). In Anlehnung an *Gudehus* [7] wurden unter Berücksichtigung von [11] für kontraktantes (6) und dilatantes (7) Verhalten folgende Ansätze formuliert:

$$\varepsilon_{pp}^p = \left(\frac{\Delta V^p}{V_0} \right) = \frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{Pr} - \sigma_{pp}} \left[\beta + \exp \left(- \frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{Pr}} \right) \right], \quad (6)$$

$$\varepsilon_{pp}^p = \left(\frac{\Delta V^p}{V_0} \right) = \beta \frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{Pr}} \left(\frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{Pr}} + 1 \right) \left(1 - \frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{Pr}} \right)^{-2}, \quad (7)$$

mit

σ_{Pr} einachsige Prismendruckfestigkeit,

β aus Versuchskurven zu gewinnende Konstante.

Nachfolgend wird davon ausgegangen, daß die Fließfläche im Fortgang der Belastung unverändert bleibt (s. Bild 2).

2.2.2. Spezielle Lösung für das dickwandige Rohr.

2.2.2.1. Spannungsverläufe

Ausgehend von der Gleichgewichtsbedingung am Volumenelement

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\varphi) = 0 \quad (8)$$

unter Zuhilfenahme von (4) lassen sich für den ebenen Spannungs- und ebenen Verzerrungszustand Lösungen für σ_r ermitteln. Es muß aber darauf verwiesen werden, daß sich (8) unter diesen Voraussetzungen nicht mehr geschlossen lösen läßt, so daß sich eine Reihenentwicklung notwendig machte.

$$\sigma_r^p(r) =$$

$$b - \sqrt{-d} - (b + \sqrt{-d}) \frac{\ln r}{\ln c^*} \frac{2 a \sigma_r^e (r = c^*) + b - \sqrt{-d}}{2 a \sigma_r^e (r = c^*) + b + \sqrt{-d}}$$

$$2 a \left(\frac{\ln r}{\ln c^*} \frac{2 a \sigma_r^e (r = c^*) + b - \sqrt{-d}}{2 a \sigma_r^e (r = c^*) + b + \sqrt{-d}} - 1 \right) \quad (9.1)$$

$$\sigma_\varphi^p(r) = a \sigma_r^2 + (b + 1) \sigma_r + c, \quad (9.2)$$

mit c^* als Plastizierungsradius.

$\sigma_r^e (r = c^*)$ ermittelt man mit (2.1). Die Konstanten a, b, c sind von den Randbedingungen abhängig. Für den ebenen Spannungszustand ergeben sich:

$$a = \frac{\sqrt{3}}{8 k_1},$$

$$b = - \frac{12 k_0^2 + 3 \sqrt{3} k_0 - 1}{2 (3 k_0^2 - 1)},$$

$$c = \frac{k_1 (3 k_0 + \sqrt{3})}{3 k_0^2 - 1} \quad (9.3)$$

$$d = 4 a c - b^2, \quad (9.4)$$

$$\sigma_{zP}(r) = 0.$$

Für den ebenen Verzerrungszustand ergeben sich:

$$a = \frac{(h-1) \sqrt{e^2 - g}}{2(e^2 - g)^2} [g(h+1) - 2e^2], \quad (9.5)$$

$$b = \frac{(e^2 - g)(h+1) - e(1-h) \sqrt{e^2 - g}}{e^2 - g},$$

$$c = e + \sqrt{e^2 - g};$$

darin bedeuten

$$e = \frac{3 k_0 k_1 (1 + \nu)}{3 k_0^2 (1 + \nu)^2 - 1 + \nu - \nu^2}, \quad (9.6)$$

$$g = \frac{3 k_1^2}{3 k_0^2 (1 + \nu)^2 - 1 + \nu - \nu^2},$$

$$h = \frac{6 k_0^2 (1 + \nu)^2 + 1 + 2 \nu (1 - \nu)}{2 [3 k_0^2 (1 + \nu)^2 - 1 + \nu - \nu^2]}, \quad (9.7)$$

$$\sigma_{zP} = \nu (\sigma_{rP} + \sigma_{\phi P}).$$

Für den Sonderfall kohäsionsloses Material liefert das zu lösende Integral (8) ein anderes Ergebnis, als in (9.1) dargestellt. Hierfür ergibt sich (vgl. auch (6)):

$$\sigma_{rP} = \frac{\ln r}{\ln c^*} \sigma_{r^*} \quad (r = c^*), \quad (9.8)$$

2.2.2.2. Verzerrungsverläufe

Für die Verzerrungsverläufe im elasto-plastischen Gebiet ist es notwendig, den skalaren Faktor zu ermitteln. Mit Hilfe der assoziierten Fließregel (5) und der Fließbedingung nach Drucker/Prager (4) ergibt sich die plastische Volumendehnung

$$\epsilon_{ppP} = \epsilon_{rP} + \epsilon_{\phi P} + \epsilon_{zP} = 3 k_0 \lambda, \quad (10)$$

so daß durch den Dilatanzansatz - Gleichungen (6) und (7) - λ festliegt.

3. Sicherheitsanalyse

Da im allgemeinen zwischen der Fließ- und Bruchgrenze unterschieden werden muß, stellt sich die Frage nach der Abstandsfunktion d und damit nach dem Sicherheitsniveau bzw. Sicherheitsabstand der Konstruktion. Im Bild 4 ist als gestrichelte Linie der Abstand zwischen Bruch- und Fließfläche dargestellt, der dem nachfolgend definierten Sicherheitsabstand zugrunde liegt. In Anlehnung an [8 und 9] läßt sich für Beton folgender Sicherheitsabstand angeben:

$$S_B = \frac{\sqrt{J_2^B}}{\sqrt{J_2}}, \quad (11.1)$$

$$S_B = \sqrt{2} \frac{3 \sigma_{Pr}}{3 \sigma_1 - \sigma_{pp}} \left\{ 0,310 \left(\frac{\sigma_{pp}}{3 \sigma_{Pr}} + 0,1 \right)^{0,867} + \frac{3 \gamma}{\pi} \left[0,935 \left(\frac{\sigma_{pp}}{3 \sigma_{Pr}} + 0,1 \right)^{0,812} - 0,310 \left(\frac{\sigma_{pp}}{3 \sigma_{Pr}} + 0,1 \right)^{0,867} \right] (1 - \sin 6 \gamma) \right\}, \quad (11.2)$$

mit

$$\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3; \sin \left(\gamma + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{6 \sqrt{J_2}} (3 \sigma_1 - \sigma_{pp}).$$

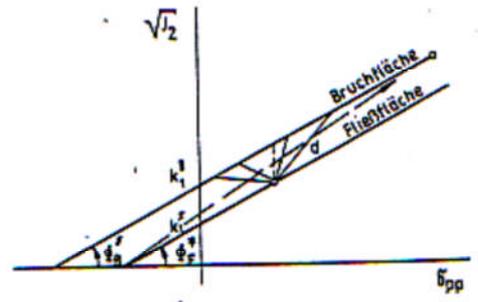


Bild 4. Darstellung der Abstandsfunktion d (Sicherheitsabstand) für die Fließbedingung nach Drucker/Prager

γ beschreibt die Lage des Spannungsbildpunktes in der Oktaederebene. In (11.1) ist für σ_{Pr} die Prismendruckfestigkeit einzusetzen. Der Vorteil dieser Sicherheitsdefinition besteht darin, daß als einziger Materialparameter die einachsige Prismendruckfestigkeit (σ_{Pr}) benötigt wird.

4. Auswertung von Beispielrechnungen für kreisrunde Schacht- und Streckenauskleidungen aus Beton

Für die Beispielrechnung wurde eine Betonschachtauskleidung ($r_a = 4,5$ m, $r_i = 3,5$ m) unter gleichförmiger Außendruckbelastung (z. B. hohe Wasserdruckbelastungen) angesetzt. Dabei soll gezeigt werden, daß die für die Dimensionierung bisher genutzte lineare Elastizitätstheorie zu einer Unterschätzung des Tragverhaltens führt und somit der Betonausbau noch Tragreserven besitzt, die zumindest bei Sicherheitsabschätzungen mit berücksichtigt werden müssen. Obwohl anerkannt ist, daß der Beton nicht durch Bruch, sondern durch Erreichen der Fließgrenze seinen ersten Grenzzustand anstrebt, ist es bisher noch nicht gelungen, ein allgemeingültiges Fließkriterium für Beton aufzustellen, so daß die Parameter Winkel der inneren Reibung ϕ und Kohäsion c für den Fließbeginn (4.1) mit großen Unsicherheiten behaftet sind. Für den Winkel der inneren Reibung wird nachfolgend, unabhängig von der Betonklasse und vom Spannungszustand, $\phi = 32^\circ = \text{const.}$ gewählt. Die Betonkohäsion bei Fließbeginn wird zu

$$c = R_{T^0} \frac{1 - \sin \phi}{2 \cos \phi} \quad (12)$$

angesetzt, wobei in Anlehnung an [8] mit der Mikrorißgrenze R_{T^0} die Druckspannung bezeichnet wird, bei der die Ultraschalllaufzeiten quer zu dieser Spannungsrichtung ein Minimum erreichen. Die Beispielrechnungen erfolgten für die Betonklasse Bk 25, die angesetzten Materialparameter sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Wird die Auskleidung der gleichförmigen, symmetrischen Außendruckbelastung unterworfen, dann wird die elastische Grenzlast ($c^* = r_i$) nach der Fließbedingung (4.1) bei einem Außendruck von $p_a = 1,26$ MPa (ebener Spannungszustand, eS) bzw. $p_a = 2,05$ MPa (ebener Verzerrungszustand, eV) erreicht. Die Sicherheitsabstände nach (11.1) be-

Tabelle 1. Materialparameter Bk 25 in Anlehnung an TGL 33403 [10]

Materialparameter Bk 25			
σ_{Pr}	in MPa	18,20	Prismendruckfestigkeit
R_{T^0}	in MPa	6,37	Mikrorißgrenze
c	in MPa	1,77	Kohäsion an der Fließgrenze
ϕ	in Grad	32,00	Winkel der inneren Reibung
E	in MPa	$25,0 \cdot 10^3$	Elastizitätsmodul
α	in K^{-1}	$1,0 \cdot 10^{-4}$	linearer Wärmeausdehnungskoeffizient
ν	-	0,27	Querkontraktionszahl

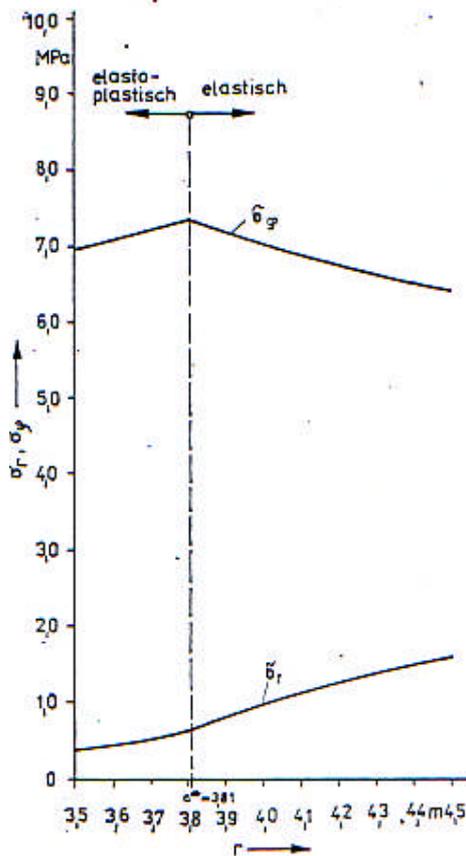


Bild 5a
Spannungsverläufe bei elasto-plastischem Materialverhalten (ebener Spannungszustand)

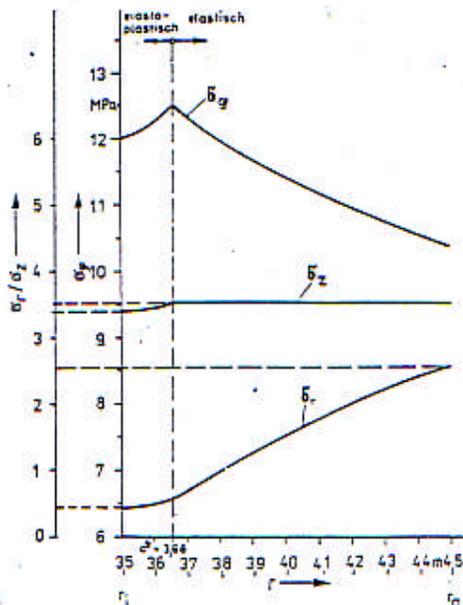


Bild 5b
Spannungsverläufe bei elasto-plastischem Materialverhalten (ebener Verzerrungszustand)

tragen $S_B^D (eS) = 1,64$ und $S_B^D (eV) = 1,43$. Wird die elastische Grenzlast um 25 % überschritten, dies entspricht Außendruck von $p_a (eS) = 1,58$ MPa bzw. $p_a (eV) = 2,56$ MPa, stellen sich Plastizierungsradien von $c^* (eS) = 3,81$ m und $c^* (eV) = 3,66$ m ein. Die sich daraus ergebenden Spannungsverläufe sind in den Bildern 5a und 5b dargestellt. Die mit (11) beschriebenen Sicherheitsabstände zwischen Spannungsbildpunkt und Bruchfläche ändern sich in der plastischen Zone mit steigender Belastung kaum, da die Fließfläche (4.1) im Fortgang der Belastung unverändert bleibt. Im Vergleich dazu verringern sich die Sicherheitsabstände nach (11) für Spannungsbildpunkte, die nach der Elastizitätstheorie ermittelt wurden, auf $S_B^E (eS) = 1,44$ bzw. $S_B^E (eV) = 1,31$. In der Tabelle 2 sind für den ebenen Spannungs- und Verzerrungszustand für verschiedene Außendrucke Ergebnisse der Elastizitätstheorie und Plastizitätstheorie gegenübergestellt.

Der Vergleich zeigt, daß auf der Grundlage der Plastizitätstheorie einerseits realistischere Sicherheitsabschätzungen vorgenommen und andererseits nicht genutzte Außendruckreserven der Schachtauskleidungen ausgewiesen werden können. Letztere hängen wesentlich von der der je-

weiligen Schachtauskleidung zugewiesenen Traglast ab. Hinweise hierzu sind in [6] enthalten. Es fällt weiterhin auf, daß die elastische Grenzlast für Konstruktionen im ebenen Spannungszustand (1,26 MPa) wesentlich eher erreicht wird als im ebenen Verzerrungszustand (2,05 MPa). Die Ursachen sind darin zu sehen, daß beim ebenen Spannungszustand am Innenrand ein einachsiger Spannungszustand vorliegt, während beim ebenen Verzerrungszustand am Innenrand der Schachtauskleidung ein zweiachsiger Spannungszustand herrscht. Beim ebenen Spannungszustand wird eine vollständige Plastizierung des Querschnitts der Schachtauskleidung ($c^* = 4,5$ m) bei einem Außendruck von $p_a \approx 2,45$ MPa erreicht, während eine vollständige Plastizierung beim ebenen Verzerrungszustand praktisch nicht erreicht werden kann. Bei einem Außendruck $p_a \approx 22,0$ MPa kann ein Plastizierungsradius von $c^* = 4,48$ m ermittelt werden. Diese Ergebnisse stehen in guter Übereinstimmung mit den von *Opitz/Schmidt/Skade* [8] beobachteten Eigenschaftsänderungen der Betone, daß mit wachsendem hydrostatischem Druck ein zunehmender Übergang vom spröden zum plastischen Verhalten eintritt. Es wird hierdurch aber auch deutlich (s. Tabelle 2), daß die für die jeweilige Konstruktion zu definierende Traglast im Zusammenhang mit dem vorliegenden Spannungszustand zu sehen ist. Die ausgewiesenen Sicherheitsabstände können auch zu günstige Werte liefern (sehr deutlich an den Werten für den ebenen Verzerrungszustand zu erkennen), da der sich einstellende Spannungszustand zu örtlichen Brucherscheinungen an der Auskleidungsinnenkante führen kann, bevor die Plastizierung des gesamten Querschnitts erreicht ist. Um dies auszuschalten, ist es erforderlich, den Winkel der inneren Reibung, wie im Bild 4 mit dargestellt, als Funktion des Span-

p_a in MPa	c^* in m	$\sigma_{\varphi}^E (r = r_i)$ in MPa	$\sigma_{\varphi}^D (r = r_i)$ in MPa	$S_B^E (eS)$	$S_B^D (eS)$
1,26	3,50	6,4	6,4	1,6	1,6
1,50	3,74	7,6	6,8	1,5	1,6
2,00	4,17	10,1	7,9	1,3	1,6
2,40	4,48	12,5	8,8	1,2	1,5

p_a in MPa	c^* in m	$\sigma_{\varphi}^E (r = r_i)$ in MPa	$\sigma_{\varphi}^D (r = r_i)$ in MPa	$S_B^E (eV)$	$S_B^D (eV)$
2,05	3,50	10,4	10,4	1,4	1,4
2,50	3,65	12,7	11,8	1,3	1,4
5,00	4,05	25,3	19,7	1,0	1,4
7,50	4,22	38,0	27,7	0,9	1,4
10,00	4,31	50,6	35,5	0,8	1,3

Tabelle 2
Gegenüberstellung der Tangentialspannungen und der damit verbundenen Sicherheitsabstände am Innenrand der Beton-schachtauskleidung im ebenen Spannungs- und Verzerrungszustand bei elastischem und elasto-plastischem Materialverhalten bei verschiedenen Außendrucke

nungszustandes $\bar{\phi} = \bar{\phi}(\sigma_{ij})$ einzuführen. Dazu sind entsprechende Versuche notwendig. Es wird deshalb hier vorgeschlagen, unter Traglast diejenige Belastung zu verstehen, bei der die Tangentialspannung an der Auskleidungsinnenkante $1,2 \sigma_{p2}$ beträgt. Für die Betonklasse Bk 25, bei vorgegebener Geometrie, entspricht dies einem Außendruck von $p_a \approx 6,0 \text{ MPa}$.

5. Zusammenfassung

Eine realistische Beurteilung der Tragfähigkeit von hochbeanspruchten Betonschachtauskleidungen ist mit elasto-plastischen Materialansätzen möglich. Für den Beton sind dazu kegelförmige Fließbedingungen anzuwenden. Die im vorgestellten Konzept angewandte kegelförmige Fließbedingung nach Drucker/Prager zeigt erhebliche Tragreserven bei Betonschachtauskleidungen. Die definierte Traglast muß dabei im Zusammenhang mit dem vorliegenden Spannungszustand gesehen werden. Für Betone wurde eine Abstandsfunktion entwickelt, auf deren Grundlage sich das Sicherheitsniveau der Konstruktion realistisch einschätzen läßt. Schwierigkeiten bestehen nach wie vor bei der Bestimmung der für den elasto-plastischen Ansatz notwendigen Materialparameter, da zur Zeit ein gesichertes allgemeingültiges Kriterium für den Fließbeginn fehlt. Für Betonschachtauskleidungen werden dazu Versuche an hohlzylindrischen Prüfkörpern vorgeschlagen.

Formelzeichen, die nicht im Text erklärt sind

r_i	Innenradius der Auskleidung
r_a	Außenradius der Auskleidung
r	Radius
p_i	Innendruck
p_a	Außendruck
T_i	Temperaturdifferenz gegenüber spannungslosem Zustand am Innenradius
T_a	Temperaturdifferenz am Außenradius
E	Elastizitätsmodul

ν	Querkontraktionszahl
α	linearer Wärmeausdehnungskoeffizient
ΔV	Volumenänderung
V_0	Ausgangsvolumen

Indizes

e	elastisch
p	plastisch /
B	Bruch
F	Fließen

Literatur

- [1] Autorenkollektiv: Arbeitsbuch höhere Festigkeitslehre. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1981.
- [2] Melan, E., und Parkus, H.: Wärmespannungen. Wien: Springer Verlag 1953.
- [3] Drucker, D., und Prager, W.: Soil Mechanics and Plastic Analysis on Limit Design. Quart. of Appl. Math. Vol. 10 No. 2.
- [4] Brown, E. H.: A Theory for Mechanical Behavior of Sand. Proc. XIth Congr. Appl. Mech., München, 1964.
- [5] Reckling, K. A.: Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme. Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1967.
- [6] Lersow, M., und Sitz, P.: Elasto-plastischer Spannungsdeformationsansatz unter Verwendung der Fließbedingung von Drucker/Prager für die Berechnung dickwandiger kreiszylindrischer Auskleidungen. Freiburger Forschungshefte A 771. Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1988.
- [7] Gudehus, G.: Ebene achsensymmetrische Formänderungen im Sand, Grundgleichungen. Die Bautechnik 50 (1973) 4.
- [8] Opitz, H., Schmidt, H., und Skade, A.: Das Festigkeitsverhalten des Betons bei dreiachsigen kurzzeitigen Druckbeanspruchungen. Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden 32 (1983) 4.
- [9] Krüger, C., Körner, N., und Opitz, H.: Physikalisch-mechanische Eigenschaften der Betone. Bauforschung-Baupraxis (1986) 167.
- [10] TGL 33403 Betonbau Festigkeits- und Formänderungskennwerte. Oktober 1980.
- [11] Lersow, M.: Entwicklung einer Spannungsverzerrungsbeziehung für bindige und nichtbindige Lockergesteine ... Dissertation A. Bergakademie Freiberg, 1984.

Manuskripteingang in der Redaktion: 14. 4. 1988

4912

Volkmar Mertens, Essen¹

Erfahrungen und Entwicklungsschwerpunkte bei der maschinellen Vortriebstechnologie im Steinkohlengebirge der Bundesrepublik Deutschland²

1. Einleitung

Die maschinelle Herstellung von Grubenräumen im Steinkohlenbergbau der Bundesrepublik Deutschland hat heute einen hohen technischen Stand erreicht. Beim Streckenvortrieb sind zum Beispiel im letzten Jahr 37 % der insgesamt rund 400 km Strecken mit Vortriebsmaschinen aufgeföhren worden (Bild 1). In den letzten Jahren ist ein Rückgang der Gesamtstreckenlänge in Folge der Konzentrationsbestrebungen im Steinkohlenbergbau aufgetreten. Die Entwicklung geht jedoch weiter, um die Anwendungsbreite des Maschinenvortriebes zu vergrößern.

2. Gesteinsstreckenvortrieb

Im Steinkohlenbergbau werden schon seit 17 Jahren Vollschnitt-Vortriebsmaschinen mit gutem Erfolg zur Herstel-

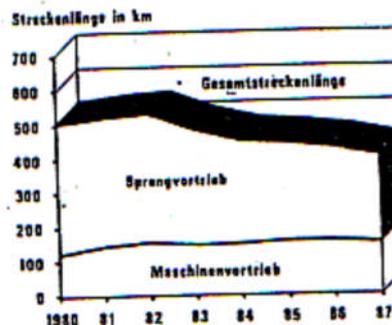


Bild 1
Anteil maschinell
aufgeföhrener
Strecken

lung von Gesteinsstrecken verwendet (Bild 2). In der letzten Zeit sind 6 bis 8 Maschinen gleichzeitig im Einsatz. Die aufgeföhrenen Streckenlängen liegen zwischen 6 und 18 km je Jahr.

Die Vollschnitt-Vortriebsmaschinen haben Bohrkopfdurchmesser von 6 bis 6,5 m. Sie werden von in- und ausländischen Herstellern gebaut. Die Maschinen unterscheiden sich im wesentlichen durch die Ausbildung und Bestückung des

¹ Dipl.-Berging. Volkmar Mertens, Bergbau-Forschung GmbH, Essen, BRD

² Vortrag, gehalten anlässlich des Berg- und Hüttenmännischen Tages, Kolloquium 5, an der Bergakademie Freiberg im Juni 1988